



16 Jahre

Berliner
Netzwerk

16 Jahre

Berliner Netzwerk mathematisch-naturwissenschaftlich
profiliertes Schulen

Andreas-Gymnasium
Heinrich-Hertz-Gymnasium
Herder-Gymnasium
Immanuel-Kant-Gymnasium
Käthe-Kollwitz-Gymnasium
Humboldt-Universität zu Berlin

27. September 2017



Amon, Charlotte, Clara, Elisabeth,
Fabian, Gill, Johannes, Lara, Paul



16 Jahre

Berliner
Netzwerk

Tourdion (altfranzösisches Lied)
Rosinkes mit Mandalach (jiddisches Lied)
Titelmusik zu *Game of Thrones*

Leitung: Patricia Schäfer

3 Stühle, Notenständer selbst mitbringen



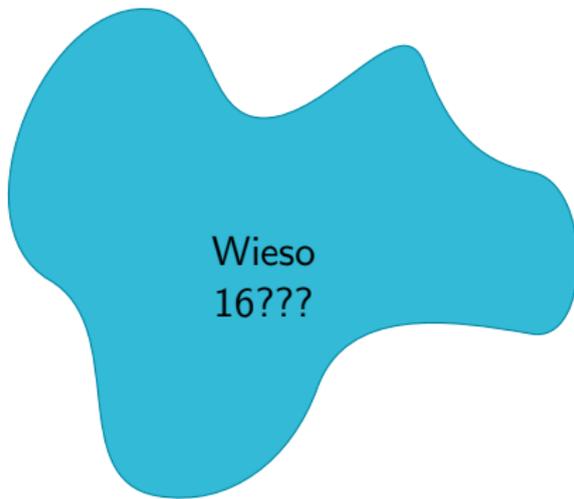


Conrad, Ulrike



16 Jahre

Berliner
Netzwerk



Wieso
16???

2 Mikros

16 Jahre

Berliner
Netzwerk

- C Sag mal, wieso feiern wir eigentlich das 16-jährige Jubiläum unseres Netzwerkes? Sonst feiert man doch eher das 15-jährige.
- U Ja, komisch nicht. Vielleicht haben wir einfach das 15-jährige Jubiläum verpasst?
- C Nee, das kann nicht sein. Bei den Sommerschulen steht doch immer dick und fett die aktuelle Zahl. Und im nullten Jahr war schon die erste Sommerschule. Wenn also die magische Zahl auf dem Sommerschulfleyer auftaucht, hat man sogar noch ein Jahr Zeit für die Vorbereitungen.

Ulrike Kirsten, Conrad Boche

16 Jahre

Berliner
Netzwerk

- U Ja, die 15 musste wohl absichtlich der 16 Platz machen. — Immerhin basiert die Popularität der 15 ja eigentlich auch nur auf dem Dezimalsystem. Und das ist ganz schön langweilig. Viel schöner ist meiner Meinung nach das Dualsystem. 16 ist im Dualsystem z.B. Eins Null Null Null Null – also eine Eins mit vier Nullen. Das sieht doch recht eindrucksvoll aus.
- C Ja schon, aber das ist ja auch nicht besser als die 15 im Dezimalsystem. Man findet für jede Zahl ein System, in dem die Zahl irgendwie nett aussieht oder eben auch nicht. Im Hexadezimalsystem ist die 16 gerade mal Eins Null. Wie wäre es mit „quadratisch, praktisch, gut“?

16 Jahre

Berliner
Netzwerk

- U Ja, das gefällt mir schon besser. Quadratzahlen sind nett. Und wenn wir in der Richtung weiterdenken — bei den Kubikzahlen hätten wir die 8, die wir ja schon lange hinter uns gebracht haben, und dann kommt die 27. Und bei den Viererpotenzen — das wären dann also Bi-Quadratzahlen.
- C Hey, da ist die 16 wieder mit dabei! 16 ist 4^2 und gleichzeitig 2^4 . Wir können Basis und Exponent vertauschen.
- U Gibt es noch mehr solche Zahlen?

Wir suchen natürliche Zahlen $a, b \in \mathbb{N}$, $a \neq b$, mit

$$a^b = b^a.$$

Zunächst ist klar: $a \neq 1$ und $b \neq 1$. Denn sonst stünde auf der einen Seite eine Eins und auf der anderen Seite eine andere Zahl.

Sei nun p eine Primzahl, die a teilt.

$$\implies p \mid a^b$$

$$\begin{aligned} a^b &= b^a \\ \implies p &\mid b^a \end{aligned}$$

$$\implies p \mid b$$

Das gilt für alle Primzahlen, die a teilen.

Und umgekehrt teilen auch alle Primteiler von b die Zahl a .

D.h. wir können a und b als Produkt derselben Primzahlen darstellen – nur die Exponenten unterscheiden sich evtl.

$$a = p_1^{k_1} \cdot \dots \cdot p_n^{k_n} \quad \text{mit} \quad k_1, \dots, k_n \geq 1$$

$$\wedge \quad b = p_1^{j_1} \cdot \dots \cdot p_n^{j_n} \quad \text{mit} \quad j_1, \dots, j_n \geq 1.$$

Dabei sind die p_i Primzahlen und die k_i, j_i natürliche Zahlen.

Setzen wir das mal in die ursprüngliche Gleichung ein.
Wir haben also mit den Potenzgesetzen:

$$a^b = p_1^{bk_1} \cdot \dots \cdot p_n^{bk_n}$$

$$\wedge b^a = p_1^{aj_1} \cdot \dots \cdot p_n^{aj_n}$$

Mit der Eindeutigkeit der Primfaktorzerlegung folgt die Gleichheit der Exponenten:

$$bk_1 = aj_1, \dots, bk_n = aj_n.$$



Wir betrachten dies

$$bk_1 = aj_1,$$

$$bk_2 = aj_2,$$

$$\vdots$$

$$bk_n = aj_n$$

als lineares Gleichungssystem für a und b .

Wenn a und b eine Lösung unseres Problems ist, dann kann es nicht zwei unabhängige Gleichungen in diesem System geben, sonst wäre nur $a = 0$ und $b = 0$ eine Lösung.



16 Jahre

Berliner
Netzwerk

D.h., der Rang des LGS ist maximal 1.

Wegen $a \neq b$ muss mindestens ein Primfaktor in den beiden Darstellungen verschiedene Exponenten haben.

Somit gibt es ein p_i mit $k_i \neq j_i$.

OBdA $k_1 > j_1$.

Weil alle Gleichungen nur Vielfache der ersten Gleichung sind –
der Rang des LGS ist ja 1), folgt schon $k_\ell > j_\ell$ für alle
 $\ell = 1, \dots, n$.

Alle Primzahlen haben in der Darstellung von a folglich höhere
Exponenten als in der Darstellung von b .

Wir können also a durch b teilen und erhalten eine natürliche
Zahl m .

$$a : b = \underbrace{p_1^{k_1-j_1} \cdot p_2^{k_2-j_2} \cdot \dots \cdot p_n^{k_n-j_n}}_{=: m \in \mathbb{N}}.$$

Was bringt uns diese neue Erkenntnis? Wir gehen erneut zur Ausgangsgleichung zurück.

$$a^b = b^a$$

und setzen $a = m \cdot b$ ein.

$$\begin{array}{l} \text{Also} \quad a^b = b^b \cdot m^b \stackrel{!}{=} b^a = b^{m \cdot b} \\ \quad \quad \quad b^b \cdot m^b = (b^b)^m \quad \quad \quad \Big| : b^b \\ \text{wir teilen durch } b^b \quad \quad \quad \text{und erhalten} \end{array}$$



Henriette



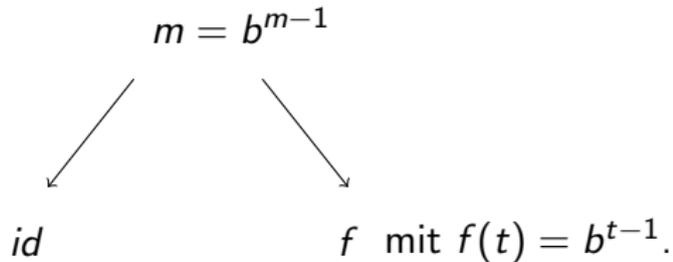
16 Jahre

Berliner
Netzwerk

$$\begin{aligned}\implies m^b &= (b^b)^{m-1} \\ &= b^{b(m-1)} \\ &= (b^{m-1})^b\end{aligned}$$

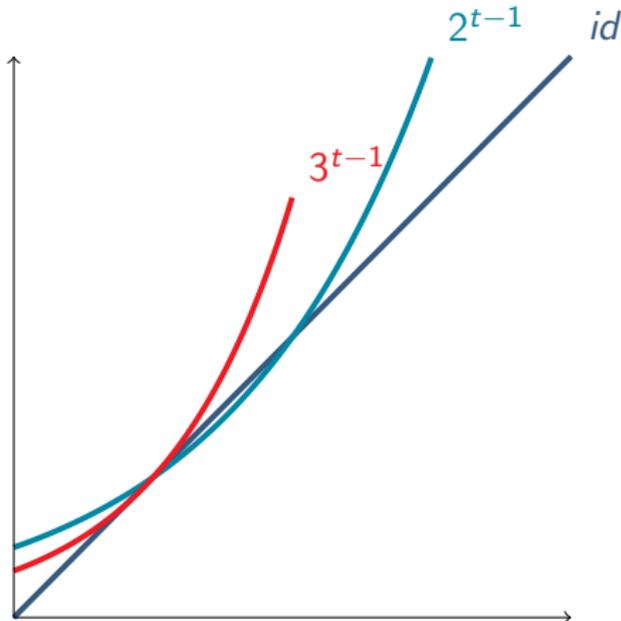
Da wir auf beiden Seiten dieselben Exponenten haben, stimmen nun auch die Basen überein.

$$\implies m = b^{m-1}$$

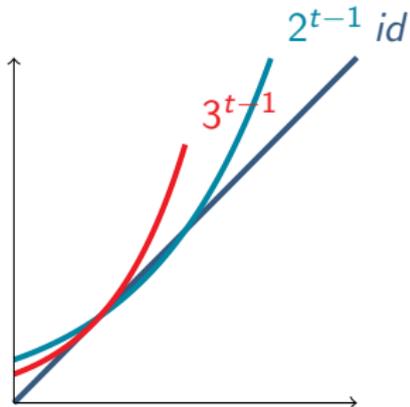


Das könnten wir auch als zwei Funktionen verstehen - links steht die Identität und rechts $f(m)$, wobei die Funktion f gegeben ist durch $f(t) = b^{t-1}$.

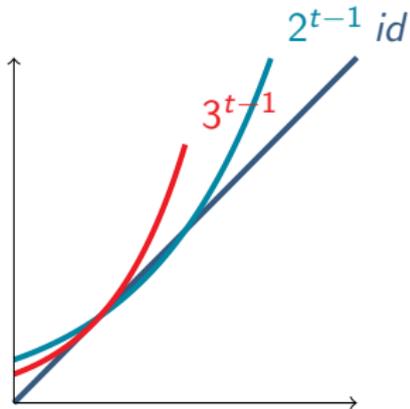
Wir suchen also natürliche Schnittstellen zwischen den Graphen von id und f mit $f(t) = b^{t-1}$ für $b \geq 2$.



Ein paar Funktionswerte sind sehr leicht zu berechnen.

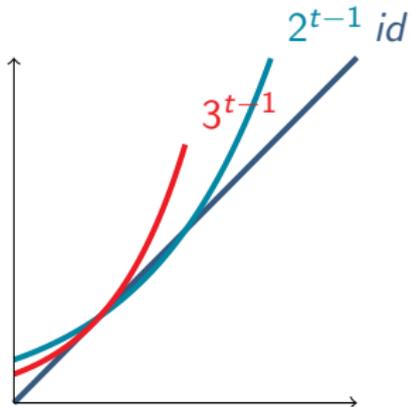


Ein paar Funktionswerte sind sehr leicht zu berechnen.



$$f(0) = \frac{1}{b} > 0 = id(0)$$

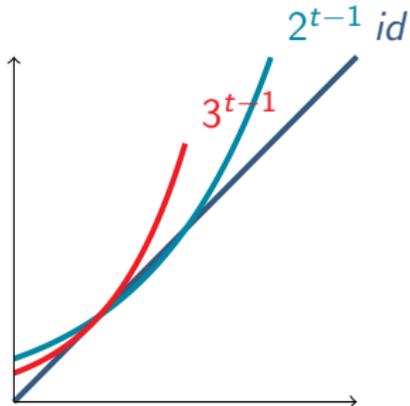
Ein paar Funktionswerte sind sehr leicht zu berechnen.



$$f(0) = \frac{1}{b} > 0 = id(0)$$

$$f(1) = b^0 = 1 = id(1)$$

Ein paar Funktionswerte sind sehr leicht zu berechnen.



$$f(0) = \frac{1}{b} > 0 = id(0)$$

$$f(1) = b^0 = 1 = id(1)$$

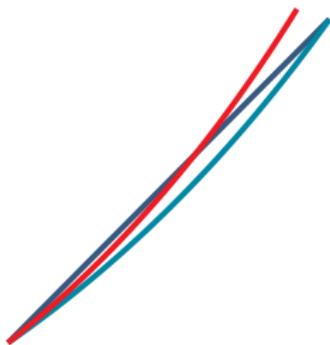
$$f(2) = b^1 \geq 2 = id(2)$$

Sehen wir uns das mal durch eine Lupe an.

Da der Graph von f linksgekrümmt ist, existieren höchstens zwei Schnittstellen. Eine davon ist bei $t = 1$.

Für $b > 2$ liegt die zweite laut Zwischenwertsatz für stetige Funktionen zwischen 0 und 2, ist also keine natürliche Zahl.

Genauer: Für $b = e$ fallen die beiden Schnittstellen zusammen und wir haben genau einen Berührungspunkt, für $e > b > 2$ liegt die zweite Schnittstelle zwischen 1 und 2 und für $b > e$ liegt die zweite Schnittstelle zwischen 0 und 1.





Henriette



16 Jahre

Berliner
Netzwerk

Die einzigen natürlichen Lösungen für $m = b^{m-1}$ sind also

$m = 1$ und $b = a$ beliebig
(die triviale Lösung wollen wir aber nicht)

und $m = 2 = b$ und damit $a = 4$.



Henriette



16 Jahre

Berliner
Netzwerk

Für unser ursprüngliches Problem heißt das:
Die einzige Lösung von $a^b = b^a$ mit $a > b$ im Bereich der natürlichen Zahlen ist damit

$$a = 4 \text{ und } b = 2.$$



Henriette



16 Jahre

Berliner
Netzwerk

Für unser ursprüngliches Problem heißt das:
Die einzige Lösung von $a^b = b^a$ mit $a > b$ im Bereich der natürlichen Zahlen ist damit

$$a = 4 \text{ und } b = 2.$$

$16 = 4^2 = 2^4$ ist also
in diesem Sinne einzigartig.



Prof. Dr. Kramer



16 Jahre

Berliner
Netzwerk



Mikro – Liste mit Gästen

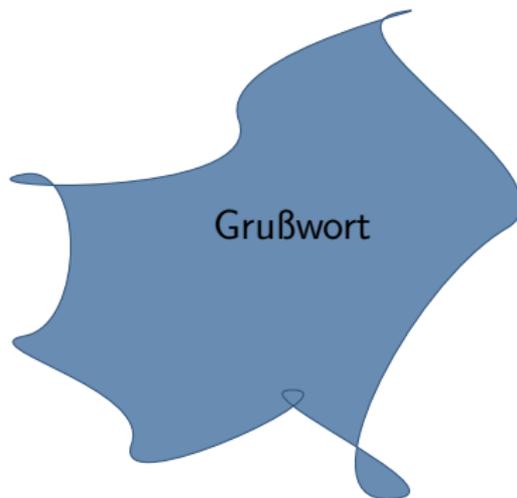


Herr Punkenburg

SenBJF

16 Jahre

Berliner
Netzwerk



Gemischter Chor und Männerchor

16 Jahre

Berliner
Netzwerk



Kauges Külas (estnisches Lied)
Mad World (Wise Guys)
Leitung: Marlies Duwe

Alptekin, Anna, Antonia, Arthur, Azjargal, Carl Christoph,
Cong, Diana, Emil, Gustav, Hans-Georg, Henriette, Hieu,
Jongsung, Julia, Kyrill, Lara, Lidija, Linus, Lisa-Marie, Luise,
Mariella, Isabella, Ivo, Josephine, Mark, Max, Moritz, Nadja,
Narae, Nele, Samuel, Volodymyr, Zoe



Zoe



16 Jahre

Berliner
Netzwerk

Tear in my Heart
(Twenty One Pilots)

16 Jahre

Berliner
Netzwerk

A large, irregular, light blue shape that serves as a background for the title text.

Die Logo-Suche unseres Netzwerks

Wir haben sehr viele Logo-Entwürfe von den Schülerinnen und Schülern und auch von Lehrerinnen und Lehrern erhalten. Die schönsten würden wir gern hier zeigen.

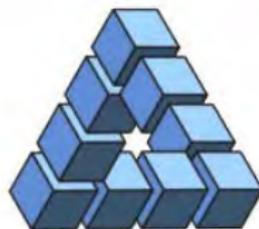
Die schönsten Entwürfe

16 Jahre

Berliner
Netzwerk



Berliner Netzwerk mathematisch-naturwissenschaftlich profilierter Schulen



MATAPROS

Berliner Netzwerk mathematisch-naturwissenschaftlich profilierter Schulen

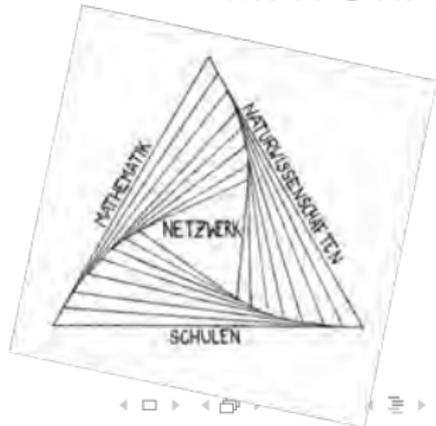
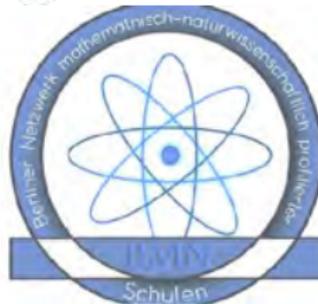
Die schönsten Entwürfe

16 Jahre

Berliner
Netzwerk



MATURA



Die schönsten Entwürfe

16 Jahre

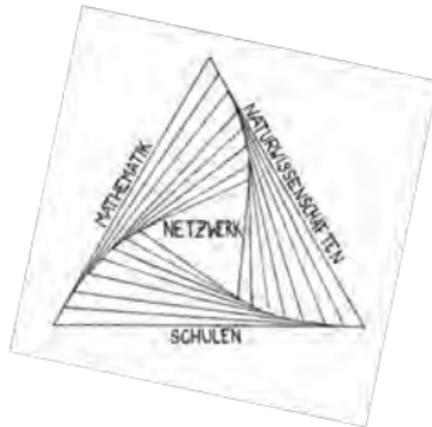
Berliner
Netzwerk



Der Favorit

16 Jahre

Berliner
Netzwerk



Der Favorit war den Entwurf von Tabea Jentsch und Hanna Dressel vom Immanuel-Kant-Gymnasium. Wir bitten die beiden nach vorn.

~> kleine Geschenke überreichen



Das Berliner Netzwerk proudly presents. . .

16 Jahre

Berliner
Netzwerk



**BERLINER
NETZWERK**

mathematisch-
naturwissenschaftlich
profiliertes Schulen

Wenn man ein Logo hat, soll es natürlich auch überall sichtbar sein. Deswegen bitten wir alle Schulleiter nach vorn.

↪ Plaketten überreichen

Es werden Körbe mit kleinen Geschenken herumgereicht – jeder darf eines nehmen.



Aaron, David



16 Jahre

Berliner
Netzwerk

The Sound of Silence
(Simon & Garfunkel)
Willst du mit mir MINT belegen?
(frei nach Alligatoah)

vermutlich 2 Stühle und Mikros neu einstellen



Anja

HERDER
GYMNASIUM

16 Jahre

Berliner
Netzwerk



Das Netzwerk
geht in die Luft!

Mirko neu einstellen

Wer startet das Experiment??? Hagen???



Anja

HERDER
GYMNASIUM

16 Jahre

Berliner
Netzwerk

Das Netzwerk geht in die Luft!





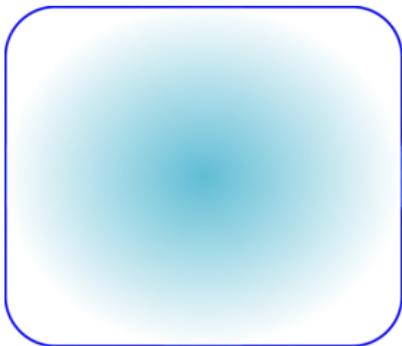
Anja

HERDER
GYMNASIUM

16 Jahre

Berliner
Netzwerk

Warum steigt ein Ballon auf?





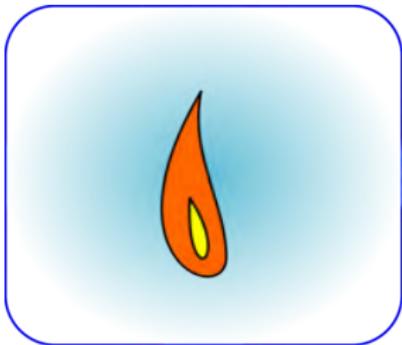
Anja

HERDER
GYMNASIUM

16 Jahre

Berliner
Netzwerk

Warum steigt ein Ballon auf?





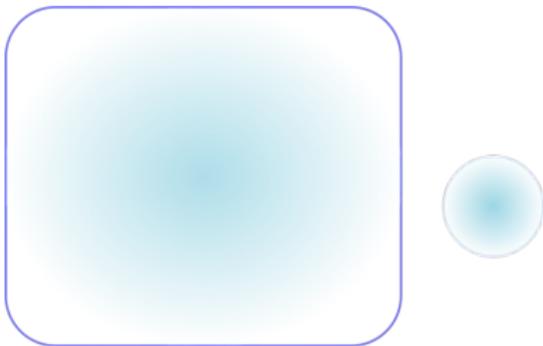
Anja

HERDER
GYMNASIUM

16 Jahre

Berliner
Netzwerk

Warum steigt ein Ballon auf?





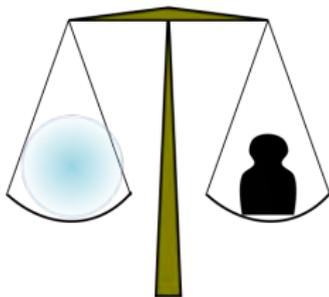
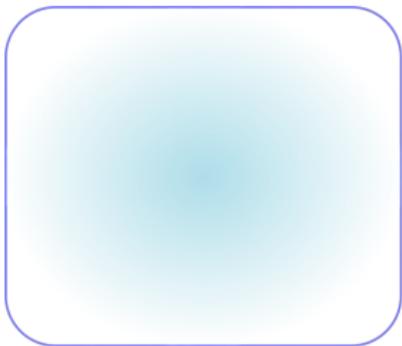
Anja

HERDER
GYMNASIUM

16 Jahre

Berliner
Netzwerk

Warum steigt ein Ballon auf?





Anja

HERDER
GYMNASIUM

16 Jahre

Berliner
Netzwerk

Neue Fragen:

- Welche Nutzlast kann der Ballon tragen?
- Welche Größen sind dafür relevant?
 - Temperatur, Temperaturdifferenz
 - Dichte der Luft
 - Volumen des Ballons



Anja

HERDER
GYMNASIUM

16 Jahre

Berliner
Netzwerk

Temperatur:

$$\theta_a = 27^\circ C \text{ (Schätzung)}$$

$$\theta_i = 57^\circ C \text{ (Erwartung)}$$



Anja

HERDER
GYMNASIUM

16 Jahre

Berliner
Netzwerk

Temperatur (absolut):

$$T_a = 300K \text{ (Schätzung)}$$

$$T_i = 330K \text{ (Erwartung)}$$

Zunahme um 10%!



Anja

HERDER
GYMNASIUM

16 Jahre

Berliner
Netzwerk

Dichte der Luft:

$$\rho \approx 1,2 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} \text{ (Normaldruck)}$$



Anja

HERDER
GYMNASIUM

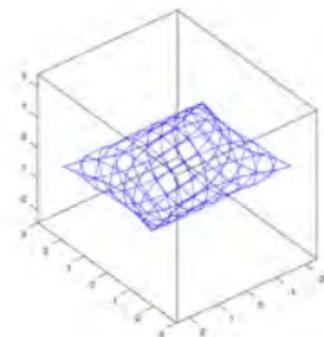
16 Jahre

Berliner
Netzwerk

Volumen?

Wie bestimmt man das Volumen eines solchen Körpers?

Modelle:



Ergebnis: $V \approx 2\text{m}^3 \implies m \approx 2,4\text{kg}$ (kalt)



Anja

HERDER
GYMNASIUM

16 Jahre

Berliner
Netzwerk

Gesetz von Gay-Lussac: $T \sim V$

Erwärmung um 10% erhöht das Volumen um 10%.

Masse der verdrängten Luft: $\Delta m = 10\% \cdot m = 240g$

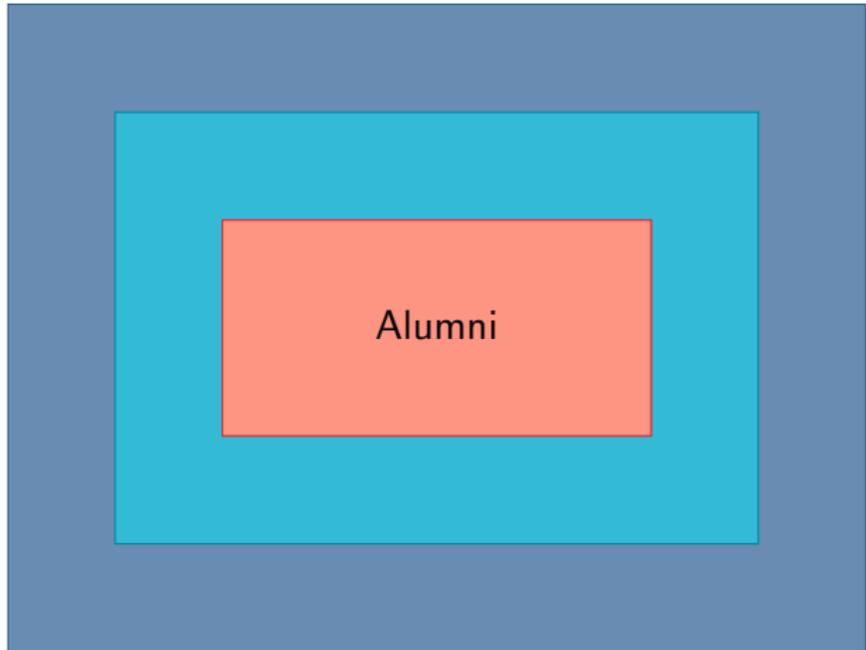
Durch Auftrieb können wir also 240g anheben.

Das reicht, um das Netzwerk in die Luft gehen zu lassen.



16 Jahre

Berliner
Netzwerk





16 Jahre

Berliner
Netzwerk

Dr. Felix Günther



vorgestellt von

Thilo Steinkrauß



Dr. Günther

HERDER
GYMNASIUM

16 Jahre

Berliner
Netzwerk

HERDER
GYMNASIUM

- Profilzug, Leistungskurs MA+
(A. Madincea, Th. Steinkrauß)
- Sommerschule, Bundessieger BWM 2006: „Fixpunktsätze“
→ Studienstiftung
- Scheine in Analysis I und Linearer Algebra I



Dr. Günther

HERDER
GYMNASIUM

16 Jahre

Berliner
Netzwerk



- Vordiplom innerhalb eines Jahres
- Diplom (1,0) bei Helga Baum (HU Berlin, Heinrich-Hertz-Gymnasium)



Dr. Günther

HERDER
GYMNASIUM

16 Jahre

Berliner
Netzwerk



- Promotion *summa cum laude* bei Alexander Bobenko (TU Berlin)
- Stipendiat der Deutschen Telekomstiftung und der Studienstiftung des Deutschen Volkes
Friedrich-Hirzebruch-Dissertationspreis 2016 der Studienstiftung des Deutschen Volkes



Dr. Günther

HERDER
GYMNASIUM

16 Jahre

Berliner
Netzwerk



Gewinn der Science Slams in

- Salem 2011
- Berlin und Potsdam 2013
- Hannover 2014
- Wien 2015



Dr. Günther

HERDER
GYMNASIUM

16 Jahre

Berliner
Netzwerk



Winkeltreue zahlt sich aus

Vortrag am Herder-Gymnasium 30.09.2016



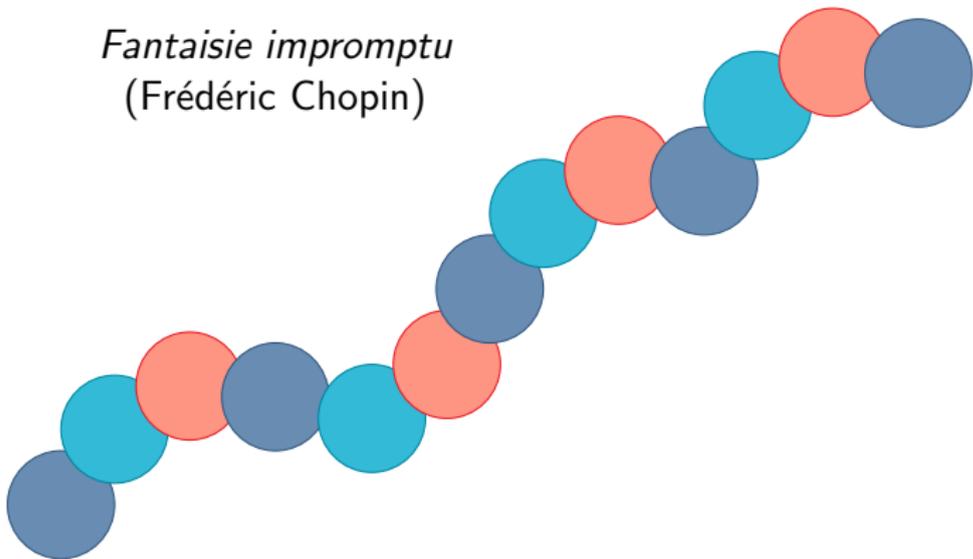
Felix



16 Jahre

Berliner
Netzwerk

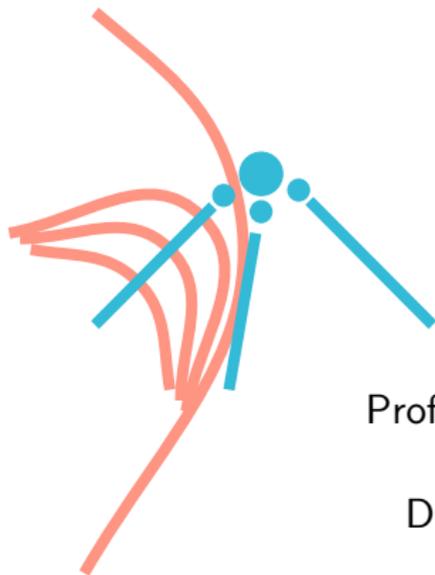
Fantaisie impromptu
(Frédéric Chopin)





16 Jahre

Berliner
Netzwerk



Prof. Dr. Peter Scholze
vorgestellt von
Dr. Matthias Nicol



Prof. Dr. Scholze



16 Jahre

Berliner
Netzwerk

- 2007: Abitur am Heinrich-Hertz-Gymnasium, Durchschnittsnote 1,0
- WiSe 2012/13: auf Mathematikprofessur beim Exzellenzcluster in Bonn berufen
- Mit 24 Jahren jüngster Professor in Deutschland
- Heute: Prof. Dr. Peter Scholze, Institut für Mathematik der Universität Bonn, Arbeitsgebiet: algebraischen Geometrie





16 Jahre

Berliner
Netzwerk



- Außerordentlich begabt in Mathematik und Naturwissenschaften
- Arbeitete im Mathematikunterricht immer „parallel“



16 Jahre

Berliner
Netzwerk



- Oberstufe: von Prof. Dr. Klaus Altmann (HU Berlin, Heinrich-Hertz-Gymnasium) individuell betreut



- 2006: Teilnahme an der Sommerschule „Lust auf Mathematik“
- Thema „Zöpfe, Knoten und Aufblasungen“
(Untersuchung algebraischer Kurven)



16 Jahre

Berliner
Netzwerk

- Internationale Mathematik-Olympiaden in den Klassen 10, 11, 12 und 13
 - Silbermedaille (2004 Athen Griechenland)
 - Dreimal Goldmedaille (2005 Merida Mexiko, 2006 Ljubljana Slowenien, 2007 Hanoi Vietnam)
- Fünffacher Bundessieger im Bundeswettbewerb Mathematik



16 Jahre

Berliner
Netzwerk



- Stets fröhlich, humorvoll, offen
- Immer hilfsbereit – auch bei vergleichsweise einfachen Problemen
- Bassist der Schul-Rock-Band



Zitat:

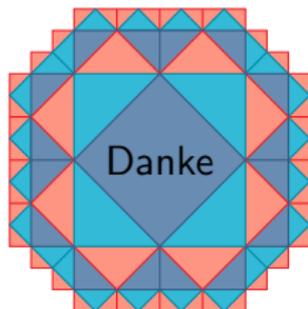
„Meine Zeit an der Heinrich-Hertz-Schule war für mich prägend und hat sehr zu meiner Entwicklung beigetragen. [...] Freunde aus der ehemaligen BRD berichten mir oft leidend von ihrer Schulzeit und blicken neidisch auf die Profilschulen in Berlin und der ehemaligen DDR. Diese Schulen sind ein Glücksfall. Ich hoffe, dass auch künftige Generationen von Schülern das Glück haben, in einem Netzwerk von mathematisch und naturwissenschaftlich herausragenden Schulen unterrichtet zu werden.“



16 Jahre

Berliner
Netzwerk



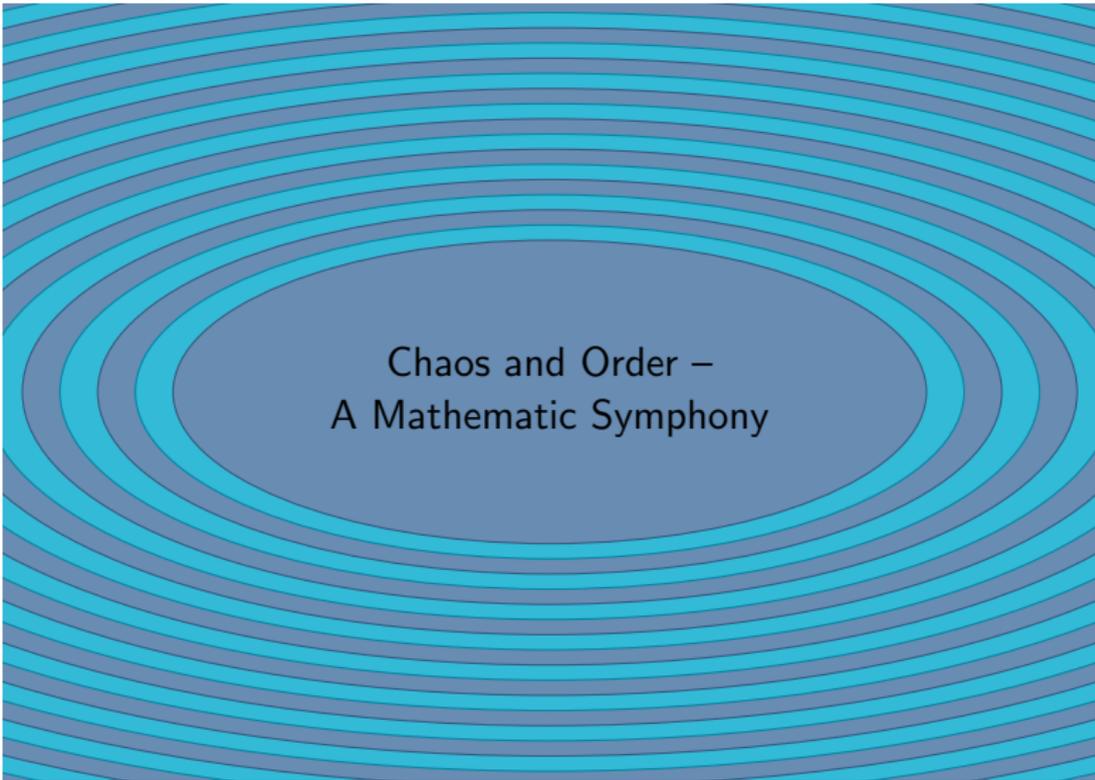


- Falk: Dank an Sponsoren (Fördervereine der Netzwerkschulen, Prof. Filler, Prof. Kramer, Planetarium)
- Herr Kramer: Dank an Schülerinnen und Schüler, Lehrerinnen und Lehrer, Senatsverwaltung
- Falk: Erklärung der Bleistifte und Stehempfang hinterher
- Falk: Ansage Film



16 Jahre

Berliner
Netzwerk



Chaos and Order – A Mathematic Symphony